

Feuille de T.D.2

Ex-1 : On considère le système suivant :

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 1 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ 6x_2 + 2x_3 = 18 \end{cases}$$

1. Résoudre le système par la méthode du pivot de Gauss en interprétant matriciellement chaque étape. Effectuer la factorisation LU de Gauss.
2. Calculer à l'aide de la factorisation précédente :
 - (a) le déterminant de A .
 - (b) La matrice inverse A^{-1} en résolvant les trois systèmes $Au_i = e_i$ où (e_1, e_2, e_3) est la base canonique de \mathbb{R}^3 .

Ex-2 : On considère le système suivant :

$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = 17 \\ 2x + 5y + z + 10t = 29 \\ 3x + y + 35z + 5t = 81 \\ 4x + 10y + 5z + 45t = 89 \end{cases}$$

1. Ecrire le système sous la forme $AX = b$.
2. La matrice A est définie positive. effectuer la factorisation de Cholesky LL^t de A et résoudre ensuite le système $AX = b$.
3. Résoudre le système par la méthode du pivot de Gauss.

Ex-3 : Pour tout réel α , on considère la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & \alpha \\ \alpha & 1 & \alpha \\ \alpha & \alpha & 1 \end{pmatrix}$$

1. Calculer les valeurs propres de A .
2. Pour quelles valeurs de α la matrice A est-elle définie positive ?
3. Ecrire dans ce cas la factorisation de Cholesky.